

Chapitre 5 : Les caractéristiques de forme

Objectif général du chapitre :

Acquérir l'habileté d'identifier les caractéristiques de forme.

Introduction :

On cherche à déterminer la forme de la distribution statistique à partir de certains coefficients.

On distingue deux types de coefficients : les coefficients d'asymétrie et ceux d'aplatissement.

I. Les coefficients d'asymétrie (de Pearson, de Fisher, de Yule)

Objectifs spécifiques :

- Saisir la manière de déterminer les coefficients d'asymétrie.

Durée : 0,30 H.

Contenu :

Une distribution est dite symétrique si les valeurs de la variable statistique sont également dispersées de part et d'autre d'une valeur centrale (M_0 , M_e , $\bar{X}$).

1) Le coefficient de Pearson :

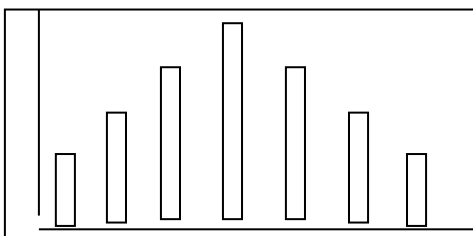
Pearson a défini le coefficient d'asymétrie suivant :

$$P = 3(\bar{X} - M_e) / \sigma(X).$$

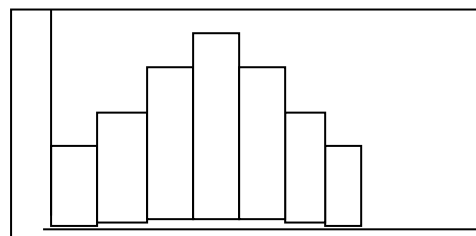
Plus p est élevé, plus la distribution est asymétrique.

On distingue trois cas de situation :

a) Distribution symétrique : $p = 0$, $M_0 = M_e = \bar{X}$.



Cas discret

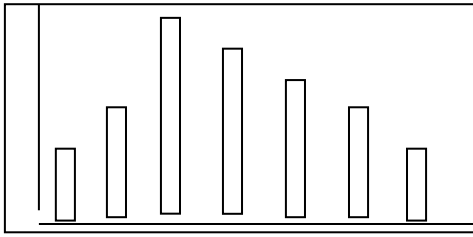


Cas continu

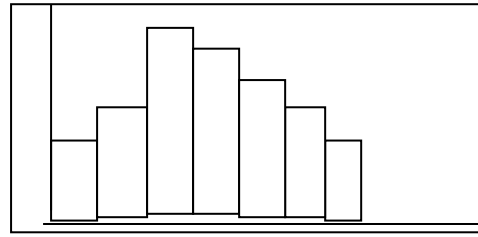
La médiane, le mode et la moyenne arithmétique sont confondus.

L'étalement des observations est identique de part et d'autre de ces paramètres.

b) Distribution asymétrique positive : $p > 0$, $M_0 < M_e < \bar{X}$



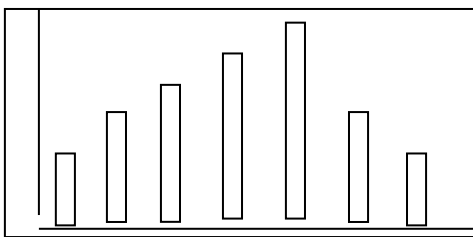
Cas discret



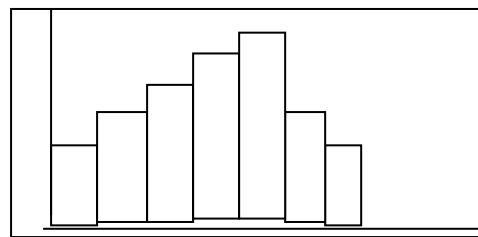
Cas continu

La distribution présente un étalement des observations supérieures au mode. On dit souvent qu'on a une distribution étalée à droite.

c) Distribution asymétrique négative : $p < 0$, $M_0 > M_e > \bar{X}$.



Cas discret



Cas continu

La distribution présente un étalement des observations inférieures au mode. On dit souvent qu'on a une distribution étalée à gauche.

Exemple :

L'âge médian est de 22,5 ans, l'âge moyen est de 26,8 ans et la variance est de 288,2. On peut calculer le coefficient d'asymétrie de Pearson :

$$P = 3(\bar{X} - M_e) / \sigma(X) = 3(26,8 - 22,5) / \sqrt{288,2} = 0,65 > 0.$$

La distribution présente une asymétrie positive.

2) *Le coefficient de Fisher :*

Soit une série statistique définie par le couple (x_i, f_i) , $i \in [0, k]$. On définit le moment centré R de cette série notée μ_r , la quantité :

$$\mu_r = \sum_{i=1}^k f_i (x_i - \bar{X})^r.$$

Pour les distributions statistiques parfaitement symétriques, les moments centrés d'ordre impaire sont toujours nuls, soit : $\mu_{2p+1} = 0, p \in \mathbb{R}$.

Fisher définit le coefficient d'asymétrie suivant :

$$\delta = \mu_3 / (\sigma(X))^3.$$

On distingue trois cas de situation :

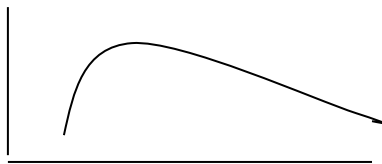
- Distribution symétrique : $\delta = 0, \mu_3 = 0$.
- Distribution asymétrique positive : $\delta > 0, \mu_3 > 0$. La distribution présente un étalement des observations supérieures.
- Distribution asymétrique négative : $\delta < 0, \mu_3 < 0$. La distribution présente un étalement des observations inférieures.

3) Le coefficient de Yule :

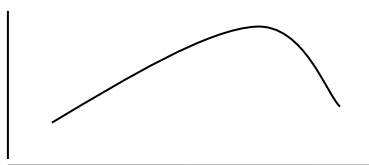
Le coefficient d'asymétrie de Yule fait intervenir la médiane M_e et les quartiles. Il propose de repérer l'asymétrie par la position des quartiles Q_1, M_e, Q_3 .

Ce coefficient s'écrit :
$$Y = \frac{[(Q_3 - M_e) - (M_e - Q_1)]}{[(Q_3 - M_e) + (M_e - Q_1)]}.$$

- Si $Y = 0$, la distribution est symétrique.
- Si $Y > 0$, la distribution est oblique à gauche (ou étalée vers la droite).



- Si $Y < 0$, la distribution est oblique à droite (ou étalée vers la gauche).



II. Le coefficient d'aplatissement de Fisher

Objectifs spécifiques :

- Maîtriser le calcul du coefficient d'aplatissement de Fisher.

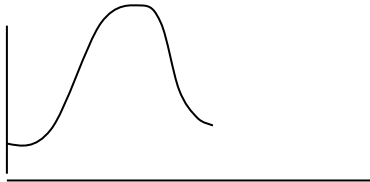
Durée : 1,20 H.

Contenu :

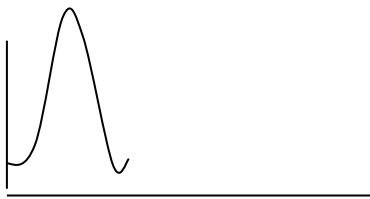
Ce coefficient est défini par :

$$\beta = \frac{\mu^4}{(\sigma(X))^4} - 3$$

- $\beta = 0$: Le polygone de la variable est réduit à l'aplatissement d'une distribution (normale) : mésokurtique.



- $\beta < 0$: Le polygone de la variable moins aplatie qu'une courbe en cloche (distribution normale). On a une distribution aigue : leptokurtique.



- $\beta > 0$: Le polygone de la variable plus aplatie qu'une courbe en cloche (distribution normale). On a une distribution plate : platykurtique.

