

Énoncé des applications

Objectif général :

Maîtriser et mémoriser mieux le cours.

I. Série 1 :

Objectifs spécifiques :

- Vérifier la compréhension et la maîtrise les distributions statistiques à une dimension.

Durée : 4,5 H.

Contenu :

Exercice n° 1 :

A la fin de l'année « N », les recettes de l'Etat se présentaient (en milliard de dinars) de la façon suivantes :

(1)	(2)
Recette de l'Etat	Effectifs
Taxe sur la valeur ajoutée	348
Impôt sur le revenu	163
Impôt sur les sociétés	71
Taxe sur les produits pétroliers	54
Autres impôts	161
Recettes non fiscales	41

Titre : Tableau n°1 : La répartition des recettes de l'Etat suivant leurs natures.

1) Déterminez la population, le caractère étudié et sa nature dans le tableau précédent. Existe-t-il une variable statistique ? Si oui, quelle est sa nature ?

2) Représentez les recettes du budget de l'Etat à la fin de l'année « N » par :

- Un graphique à tuyaux d'orgue.
- Un graphique en secteurs circulaire.

Exercice n° 2 :

En vue d'établir rationnellement le nombre de postes de travail nécessaires pour assurer à sa clientèle un service satisfaisant, une agence de voyage a fait relever (minute par minute) le nombre d'appels téléphoniques reçus au cours d'une période de 30 jours. Cette opération a fourni, pour la tranche horaire de pointe qui se situe entre 11 heures et midi, les données suivants :

(1)	(2)
Nombre d'appels téléphoniques par minute	Nombre de minutes
0	93
1	261
2	416
3	393
4	308
5	174
6	93
7	42
8	20

Titre : Tableau n° 2 : Répartition de 1800 minutes suivant le nombre d'appels téléphoniques par minute.

1) Déterminez la population, le caractère étudié et sa nature dans le tableau précédent. Existe-t-il une variable statistique ? Si oui, quelle est sa nature ?

2) Représentez graphiquement la distribution des fréquences de la série statistique étudiée.

3) Représentez graphiquement la distribution des fréquences cumulées croissantes.

Exercice n° 3 :

La fédération nationale de la réparation et du commerce de l'automobile a effectué une enquête auprès de ses adhérents visant à mieux connaître la structure de ce secteur. Cette opération a fourni la répartition suivantes des entreprises de la réparation et du commerce de l'automobile, selon leur chiffre d'affaire annuel :

(1)	(2)
Chiffre d'affaire en million de D	Nombre d'entreprises
Moins de 0,25	13 712
0,25 à moins de 0,5	10 674
0,5 à moins de 1	11 221
1 à moins de 2,5	15 496
2,5 à moins de 5	10 043
5 à moins de 10	3 347
10 à moins de 60	3 147

Titre : Tableau n° 3: La répartition des entreprises suivant leurs chiffres d'affaires.

1) Déterminez la population, le caractère étudié et sa nature dans le tableau précédent. Existe-t-il une variable statistique ? Si oui, quelle est sa nature ?

2) Représentez graphiquement la distribution des effectifs des entreprises selon le chiffre d'affaire (h_i).

3) Représentez graphiquement la distribution des effectifs cumulés décroissants.

II. Série 2 :

Objectifs spécifiques :

- Mémoriser et appliquer les principes des caractéristiques de tendances centrales et de dispersion.

Durée : 4,5 H.

Contenu :

Exercice n°1 :

Ajoutez la question suivante à l'exercice n°2 de la série n°1 :

Calculer, interprétez et comparez : M_0 , M_e , \bar{X} et H (analytiquement et / ou graphiquement).

Exercice n°2 :

Ajoutez la question suivante à l'exercice n°3 de la série n°1 :

Calculer, interprétez et comparez : M_0 , M_e , \bar{X} et H (analytiquement et / ou graphiquement).

Exercice n°3 :

A/ Une entreprise souhaite s'enquêter sur la consommation de yaourt par ménage, afin de savoir si le marché est porteur ou non. Elle donne les informations suivantes : (les données sont fictifs)

Nombre de yaourts consommés par an	Nombre de ménages
1000	200
1287	130
1534	89
1756	53
2000	67
2031	61
Total	600

Titre : Tab n°7 : La répartition des ménages suivant le nombre de yaourts consommés par an.

A- 1/ Calculez le nombre de yaourt moyen consommé par an, par ménage (par changement de variable).

A/ -2/ Calculez la variance et l'écart type (par changement de variable).

B/ Soit la même entreprise souhaite s'enquêter aussi sur la consommation de lait auprès des ménages, elle fournit les données suivantes :

Nombre de litres de lait consommés par an	Nombre de ménages
360	450
520	230
543	211
567	174
600	135
Total	1200

Titre : Tab n°8: La répartition des ménages suivant le nombre de litres de lait consommés / an.

B/ -1/ Calculer la moyenne, la variance et l'écart type de cette distribution (par changement de variable).

B/ -2/ Calculer la moyenne et la variance de l'union de ces deux distributions.

Exercice n°4 :

A/ Une étude faite par l'INS, concernant le nombre des exploitations selon leur superficie, nous donne les informations suivantes : (les données sont fictifs)

Superficie en km ²	Nombre des exploitations
[0 – 200 [175
[200 – 400 [280
[400 – 500 [300
[500 – 600 [255
[600 – 800 [190
Total	1200

Titre : Tableau n° 9: La répartition des exploitations suivant leurs superficies en km².

A/ -1/ Calculez le nombre de yaourt moyen consommé par an, par ménage (par changement de variable).

A/ -2/ Calculez la variance et l'écart type (par changement de variable).

B/ Une enquête additionnelle a été ajoutée à la précédente, intéressant le nombre de kg d'engrais utilisés dans un km² de terre, présente les données suivantes :

Kg d'engrais par km ²	Nombre des exploitations
[20 – 120 [120
[120 – 150 [205
[150 – 220 [287
[220 – 260 [343
[260 – 300 [45
Total	1000

Titre : Tab n° 10: La répartition des exploitations suivant leur consommation d'engrais en kg/ km².

B/ -1/ Calculer la moyenne, la variance et l'écart type de cette distribution (par changement de variable).

B/ -2/ Calculer la moyenne et la variance de l'union de ces deux distributions.

Exercice n°5 :

Un syndicat de salariés a effectué une enquête auprès du personnel d'une société industrielle, pour étudier les disparités de salaires annuel entre les hommes et les femmes.

Pour les hommes, les résultats sont les suivants :

- Le salaire le plus faible : 25 000^D.
- Le 1^{er} décile D_1 : 37 250^D.
- Le 1^{er} quartile Q_1 : 45 300^D.
- La médiane M_e : 54 750^D.
- Le 3^{ème} quartile Q_3 : 67 500^D.
- Le 9^{ème} décile D_9 : 83 500^D.
- Le salaire le plus élevé : 105 000^D.

Pour les femmes, on a aboutit à la distribution suivante :

Salaire annuel	Nombre de personnel
[25 000-30 000 [960
[30 000-35 000 [1 704
[35 000-40 000 [2 640
[40 000-45 000 [2 196
[45 000-55 000 [2 808
[55 000-65 000 [996
[65 000-85 000 [516
[85 000-100 000 [180
Total	12 000

Titre : Tableau n° 11 : La répartition du nombre de personnel suivant leurs salaires annuels.

- 1) Calculez l'étendue de la distribution des salaires des femmes.
- 2) Calculer les quartiles de la distribution des salaires des femmes et déduisez la valeur de l'intervalle interquartile.
- 3) Calculez D_1 et D_9 de la distribution des salaires des femmes.
- 4) Comparez les dispersions des salaires des hommes et des femmes.

Exercice n°6 :

Une entreprise, qui fabrique les automobiles, mène une enquête concernant la consommation de carburant d'une nouvelle marque de voiture. A travers 500 tests effectués sur une autoroute, on obtient les résultats suivants :

Consommation en litres par km	Nombre des tests
[5 – 5,5 [80
[5,5 – 5,75 [81
[5,75 – 6 [87
[6 – 6,25 [75
[6,25 – 6,5 [65
[6,5 – 6,75 [44
[6,75 – 7 [28
[7 – 7,5 [40
Total	500

Titre : Tableau n° 12: La répartition du nombre de tests effectués sur les automobiles suivant leur consommation de carburant.

- 1) Calculez la moyenne de cette variable.
- 2) Calculez son coefficient de variation ainsi que ses deux écarts absolus moyens.

Exercice n°7 :

Une entreprise, qui fabrique des postes de télévision, présente les taux de croissance annuels du prix de vente des TV, comme suit :

- De 85 à 90, le taux de croissance est égal à 2%.
- De 90 à 91, le taux de croissance est égal à 5%.
- De 91 à 93, le taux de croissance est égal à 8%.
- De 93 à 95, le taux de croissance est égal à – 3,5%.

- 1) Déterminez les prix des TV dans chaque année.
- 2) Calculez le taux de croissance du prix des TV pour toute la période de 85 à 95.
- 3) Calculez le taux de croissance annuel moyen du prix des TV pour toute la période 85 – 95.

N.B : Le taux de croissance « t » s'écrit de la manière suivante :

$$P_f = P_i + t \times P_i = P_i \times (1 + t).$$

Données : $P_{95} = 1000^D$ et $P_{85} = 794,159$.

III. Série 3 :

Objectifs spécifiques :

- Mémoriser et appliquer les principes des paramètres de concentration et de forme.

Durée : 3 H.

Contenu :

Exercice n° 1 :

L'enquête sur le budget alloué à leur voyage a permis de donner la répartition des touristes selon les tranches de dépenses par personnes.

Tranches de dépenses en dinars	Effectifs
300-380	170
380-390	105
390-410	125
410-450	56

- 1) Construire la courbe de concentration.
- 2) Calculer la différence entre la médiane et la médiale.
- 3) Déterminer l'indice de concentration et commenter les résultats obtenus.

Exercice n° 2 :

Le tableau suivant représente la répartition des entreprises selon le nombre d'années d'existence.

Nombre d'années d'existence	Nombre d'entreprises
Moins de 2 ans	18
De 2 à 5 ans	62
De 5 à 10 ans	119
Plus de 10 ans	88
Total	287

- 1) Déterminer le 1^{er} et le 3^{ème} quartile Q_1 et Q_3 et en déduire un indicateur de dispersion.
- 2) Calculer la moyenne arithmétique \bar{X} et la variance $V(X)$.
- 3) Déterminer les paramètres de forme de cette distribution.

Exercice n° 3 :

La répartition des salaires dans le secteur privé dans un pays est donnée par le tableau suivant :

Tranches de dépenses en dinars	Fréquences en %
Moins de 3600	39
3600-5000	31
5000-8000	21
8000-9000	2,5
Plus de 9000	6,5

On admettra que le revenu annuel est au moins égal à 2200 et ne dépasse pas les 13000 dans ce pays.

- 1) Calculer le revenu moyen et le revenu médian dans le secteur privé.
- 2) Calculer les quartiles, l'écart type de la distribution des salaires, le coefficient de variation, l'écart absolu moyen par rapport à la moyenne.
- 3) Tracer la courbe de Lorenz des salaires dans le secteur privé, déterminer l'indice de concentration, calculer la différence entre la médiale et la médiane et commenter les résultats obtenus.

Exercice n° 4 :

Une étude réalisée sur la fortune des 100 ménages dans une région a donné les résultats suivants :

Fortune des ménages (en milliers de dinars)	Nombre de ménages
[0,1[30
[1,10[30
[10,50[30
[50,200[9
Plus de 200	1

- 1) Calculer la fortune médiane, les quartiles et l'écart interquartiles.
- 2) Calculer la fortune moyenne et l'écart type.
- 3) Construire la courbe de concentration associée à cette variable statistique et hachurer la surface de concentration. Calculer l'indice de Gini.
- 4) Calculer la médiale. Interpréter l'écart ($M_l - M_e$).

IV. Série 4 :

Objectifs spécifiques :

- Doter l'étudiant d'une bonne technique efficace de traitement des problèmes à deux dimensions.

Durée : 4,5 H.

Contenu :

Exercice n° 1 :

Une entreprise présente les données suivantes :

(1)	(2)	(3)
Années	Effectifs des employeurs en milliers	Production nette en millions
1990	71,3	40,1
1991	65,3	35,8
1992	57,6	32,7
1993	50,4	28,4
1994	47,1	25,7
1995	45,8	25,6
1996	42,4	25,1
1997	38,6	24,4
1998	35,9	22,4
1999	32,7	21,1
2000	30,8	20,7

Titre : Tableau n°22 : L'évolution des effectifs des employés et de la production nette

- 1) Représentez graphiquement l'évolution de ces deux chroniques, en utilisant deux échelles différentes.
- 2) Représentez le graphique de corrélation de ces deux variables (effectifs employés et production nette). Commentez.

Exercice n° 2 :

Une entreprise, qui vend les articles de sport, a étudié un ensemble de personnes sportives. Elle a présenté les informations qu'elle a trouvé dans le tableau au-dessous :

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
CS \ DS	Athlétisme	Aviron	Cyclisme	Escrime	Yaching ¹
Petits artisans	1	3	6	1	2
Empoyés-ouvriers	8	4	4	0	1
Cadres moyens	5	5	2	1	1
Cadres supérieurs	1	1	0	3	0
Professeurs d'éducation physique	10	2	1	5	0
Etudiants	8	5	0	3	7

Titre : Tableau n°23 : La répartition d'un ensemble de sportifs selon les deux caractères : la catégorie socio-professionnelle (CS) et la discipline sportive (DS).

TAF : Calculez et commentez les éléments suivants :

- 1) Les distributions marginales des effectifs.
- 2) Les distributions marginales des fréquences.
- 3) Les deux distributions conditionnelles.

Exercice n° 3 :

L'ISSET de la Charguia effectue une étude sur un échantillon représentatif de 40 étudiants, en prenant en compte les deux caractères suivants : le genre et l'âge.

(1)	(2)	(3)
Age \ Genre	Hommes	Femmes
[20 – 22[5	4
[22 – 24[10	5
[24 – 26[5	5
[26 – 28[4	2

Titre : Tab n°24 : La répartition d'un ensemble d'étudiants selon les deux caractères : âge, genre.

Calculez et commentez les éléments suivants :

- 1) Les distributions marginales des effectifs.
- 2) Les distributions marginales des fréquences.
- 3) Les deux distributions conditionnelles.

¹ Yaching est un sport de navigation de plaisance maritime.

Exercice n° 4 :

Soit la série chronologique suivante :

Années	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
	Trimestre	1	2	3	4
1990		303 000	410 000	483 000	236 000
2000		215 000	381 000	564 000	347 000
2001		233 000	362 000	621 000	417 000
2002		260 000	476 000	831 000	501 000

Titre : Tableau n°25 : La répartition du nombre des touristes entrés en Tunisie. *Source l'INS.*

1) *Donnez la population et les deux caractères de cette série temporelle.*

2) *Représentez cette chronique dans un diagramme cartésien.*

V. Série 5 :

Objectifs spécifiques :

- Contrôler le travail continu des étudiants.

Durée : 0,5 H.

Contenu :

Question de cours : Quelle est la différence entre un caractère quantitatif discret et un caractère quantitatif continu ?

Exercice :

Un industriel fabrique 1000 caisses de pièces mécaniques. Le tableau ci-dessous donne la répartition de ces caisses selon le nombre de pièces défectueuses :

(1)	(2)
Nombre de pièces défectueuses	Effectifs
1	20
2	90
3	180
4	360
5	180
6	50
7	120
<u>Total</u>	1000

Titre : tab 1 : Répartition des effectifs des caisses suivant le nb de pièces défectueuses.

- 1) Déterminez : - La population de cette distribution.
- Le caractère et sa nature.
- 2) Représentez graphiquement la distribution de effectifs cumulés croissants.

VI. Série 6 :

Objectifs spécifiques :

- Contrôler le travail continu des étudiants.

Durée : 0,5 H.

Contenu :

Exercice :

Chaque année, et à l'occasion de l'obtention de la visite technique, 100 voitures se dirigent vers ce service. Une étude statistique a précisé le nombre de voitures qui présentent respectivement le nombre de pannes suivant :

(1)	(2)
<u>Nombre de pannes</u>	<u>Nombre de voiture</u>
0	35
1	30
2	20
3	15
<u>Total</u>	100

Titre tableau 3 : La distribution statistiques du nombre des voitures selon le nombre de pannes.

Calculez et interprétez les caractéristiques suivantes :

- Le mode.
- La médiane.
- La moyenne.

VII. Série 7 :

Objectifs spécifiques :

- Saisir le niveau réel des étudiants.

Durée : 1 H.

Contenu :

Questions de cours :

- 1) Donnez la formule de la variance totale de l'union de k populations.
- 2) Quelles sont les composantes d'une chronique ?
- 3) Quels sont les modèles d'une série temporelle ?

Exercice :

On a relevé les informations suivantes concernant le nombre de représentants commerciales régionales de 25 entreprises :

2 – 3 – 5 – 6 – 3 – 5 – 3 – 4 – 3 – 4 – 3 – 2 – 4 – 1 – 3 – 5 – 1 – 2 – 4 – 3 – 4 – 3 – 1 – 4 – 2.

1) Précisez :

- a / La population.
- b / L'unité statistique.
- c / Le caractère et sa nature.
- d / La variable statistique (si elle existe) et sa nature.

2) a / Représentez ces données individuelles sous forme d'un tableau statistique.

b / Représentez graphiquement les fréquences et les fréquences cumulées croissantes.

1) a / Déterminez et interprétez le mode, graphiquement et analytiquement.

b / Déterminez et interprétez la médiane.

c / Déterminez et interprétez la moyenne arithmétique.

4) a / Déterminez la variance.

b / Déterminez le coefficient de variation.

5) Déterminez l'IIQR.

VIII. Série 8 :

Objectifs spécifiques :

- Évaluer les étudiants afin de juger leur niveau de succès.

Durée : 1,5 H.

Contenu :

Question de cours :

Donnez les résultats des écritures suivantes (avec a et b : deux constantes ; X : variable aléatoire) :

$$P [a < X < b] = ?, E (a X + b) = ?, V (a) = ?$$

Problème:

On observe deux groupes, de 100 personnes chacun, atteintes d'une même maladie. Le premier groupe a subi le traitement A (T A) et l'autre a subi le traitement B (T B). Le temps d'hospitalisation, avant la guérison, s'est réparti pour les deux distributions comme suit :

<i>Temps d'hospitalisation</i>	<i>Effectifs des malades</i>		<i>.....</i>	
	<i>TA</i>	<i>TB</i>	<i>TA</i>	<i>TB</i>
De 0 à moins de 3 mois	2	12		
De 3 à moins de 5 mois	3	18		
De 5 à moins de 6 mois	6	21		
De 6 à moins de 7 mois	10	14		
De 7 à moins de 8 mois	18	12		
De 8 à moins de 9 mois	23	8		
De 9 à moins de 10 mois	18	5		
De 10 à moins de 12 mois	12	6		
De 12 à moins de 14 mois	8	4		
<i>Total</i>	100	100		

Titre : Tableau 6 : distribution des effectifs des malades selon le temps d'hospitalisation.

1) Représentez sur un même graphique ces deux distributions ($h_i = n_i^C$ de TA et de TB) avec deux couleurs différentes. Lequel des traitements est meilleur ?

2) a/ Calculez et interprétez et comparez les caractéristiques suivantes (pour TA et TB) :

- ☺ Le mode, analytiquement.
- ☺ La médiane (en utilisant les Effectifs Cumulés Croissants).
- ☺ La moyenne, par changement de variable.

b/ Est - ce que les valeurs trouvées en a/ confirment – elles la conclusion de 1).

- 3) Calculez, par changement de variable, et interprétez les variances (de TA et TB).
- 4) Calculer la variance totale de l'ensemble des malades (TA union TB).